

## 光線追跡法に基づく新しい理論式による眼内レンズパワー計算

堀内 一郎<sup>1)2)</sup>, 赤木 好男<sup>2)</sup><sup>1)</sup>堀内眼科医院, <sup>2)</sup>福井医科大学眼科学教室

## 要 約

目的：眼内レンズ(IOL)パワー計算式の基礎的、数学的検討は未だ不十分と思われる。光線追跡法を用いて IOL パワー計算式を開発し、これにより、IOL パワー計算の基礎的、数学的検討を行い、さらに臨床成績について報告する。

方法：光線追跡法によって、偽水晶体眼の結像式を求め、これから(非)正視化度数式および術後屈折値計算式を導き、数学的に厳密に計算可能かどうか検討した。屈折値計算式と新しい術後前房深度予測式を組み合わせて H 式とした。超音波乳化吸引術+IOL 手術を行い、IOL が嚢内に固定された 150 眼を対象として、症例を眼軸長により短眼軸長は 22 mm 未満(16 眼)、普通眼軸長は 22 mm 以上 24.5 mm 未満(103 眼)、長眼軸長は 24.5 mm 以上(31 眼)の 3 群に分けた。術後屈折値と H 式および SRK-T 式, Holladay 式, SRK II 式による予測値との誤差を求め、全眼および各群において、H 式と各式との比較を行った。

結果：(非)正視化度数計算は IOL 光学部の設計によって、数学的、代数的に計算可能な場合と不可能な場合とに分かれることが判明した。これに対して、屈折値

計算の場合は使用する IOL の設計データがわかれば、それがどのようなタイプの場合でも厳密に容易に計算可能であることが判明した。

H 式の全眼、短眼軸長群、普通眼軸長群、長眼軸長群の各群における誤差の絶対値平均は 0.38, 0.34, 0.36, 0.44 D と良好な結果であり、全眼、短眼軸長群、普通眼軸長群では他の 3 式すべてに対して、長眼軸長群では SRK II 式に対して有意に誤差が少なかった。また、誤差の 1 D 以内比率は全眼、全群で 90% 以上と良好であり、誤差の range においても全眼において、H 式は +1.36 ~ -1.25 D と他式よりも良好であった。

結論：IOL パワーの選択の際は、正視化度数式ではなくて屈折値計算式を用いて行うのが有効であると考えた。正視化度数計算はこの分野の基礎的研究に有用であると考えた。H 式は他の 3 式に比して、予測精度が良好で有用と思われる。(日眼会誌 105 : 619-627, 2001)

キーワード：新理論式, 光線追跡法, 正視化度数計算, 屈折値計算

## A New Theoretical Formula for the Intraocular Lens Power Calculation by the Ray Tracing Method

Ichiro Horiuchi<sup>1)2)</sup> and Yoshio Akagi<sup>2)</sup><sup>1)</sup>Horiuchi Eye Clinic, <sup>2)</sup>Department of Ophthalmology, Fukui Medical School

## Abstract

**Purpose** : To study the mathematical properties of the intraocular lens (IOL) power calculation with the Ray Tracing method and to investigate its clinical results.

**Methods** : We first obtained a ray focusing equation with the Ray Tracing method, and then derived an emmetropizing equation and an equation for postoperative refraction. The exact calculation of these equations was investigated. A new IOL power calculation formula was consequently developed and named "formula H", combining it with the predictive formula for the postoperative anterior chamber depth of pseudophakic eyes in another report by us. A series of 150 phacoemulsificated eyes with capsulorhexis and in-the-bag fixation of IOL were studied. The cases were divided into 3 groups ; 16 short eyes (<22 mm), 103 normal eyes (22 ≤ and < 24.5 mm), and 31 long eyes (≥24.5 mm). The predictive error of formula H was compared with that of SRK-T, Holladay, and SRK II in each group.

**Results** : The exact calculation of emmetropizing power in taking account of a IOL design was mathematically impossible, or generally difficult. In the latter case, however, we could calculate it by

solving a cubic or quartic equation. Exact and easy predictive calculation of postoperative refraction for any IOL design was possible if we knew such data as anterior and posterior curvature and thickness of each power of IOL. The mean absolute error of formula H was 0.38, 0.34, 0.36, 0.44 diopter, in all eyes, short eyes, normal eyes, and long eyes, respectively. Formula H was significantly more accurate than all other formulas in all eyes, in short eyes and normal eyes.

**Conclusions** : For clinical use, predictive calculation of postoperative refraction should be recommended but calculation of emmetropizing power should be abandoned. But emmetropizing calculation is useful and important for the fundamental study of IOL power calculation. Formula H was more accurate than all other formulas and very useful for clinical use. (J Jpn Ophthalmol Soc 105 : 619-627, 2001)

**Key words** : New theoretical formula, Ray tracing, Emmetropizing power calculation, Equation of postoperative refraction

別刷請求先：922-0243 加賀市山代温泉北部 2-71 堀内 一郎

(平成 12 年 6 月 8 日受付, 平成 13 年 4 月 2 日改訂受理)

Reprint requests to : Ichiro Horiuchi, M. D. Horiuchi Eye Clinic, 2-71 Hokubu Yamashiro-onsen Kaga 922-0243, Japan

(Received June 8, 2000 and accepted in revised form April 2, 2001)

### I 緒 言

眼内レンズパワー計算において、最近第三世代の理論式と呼ばれる SRK-T 式<sup>1)</sup>、Holladay 式<sup>2)</sup>が用いられることが多くなっているようである。しかし、それらの式は依然として式の骨格部分は「第一世代」の理論式である RD Binkhost 式<sup>3)</sup>を踏襲していて、角膜および眼内レンズ(以下、IOL)の両レンズとも幾何光学的にいう「薄肉レンズ」近似を用いている。その結果、それらの式は例えば、IOL の中心厚、設計、材質の違いによる屈折率の差などを十分反映していないものとなっている。それ故、臨床的予測精度は別として理論的にはなお不十分なものとどまっているものといわざるを得ない。また、本邦でも光線追跡法を用いたパワー計算の試みがなされている<sup>4)~8)</sup>が、光線追跡法の一般的方法が示されているだけで、実際に臨床的に使用するには、不十分であるのみならず、屈折値計算と正視化度数計算の区別も曖昧のようである。今回、我々は光線追跡法を用いた新しい理論式を考案し、これによって、理論式による IOL パワー計算における数学的問題点について検討し、さらに臨床成績について、SRK-T 式、Holladay 式、SRK II 式<sup>9)</sup>との比較検討を行ったので報告する。

### II 対象と方法

#### 1. 計算方法

1) 偽水晶体眼の光学系について、図1のように parameter および変数を設定した。光学系は共軸系と仮定し、また近軸光線のみを考慮するガウス光学を仮定した。ここでは、前房深度(ACD)とは角膜後面から IOL 前面まで、硝子体長(VIT)とは IOL 後面から網膜前面までとする。また、計算時に用いる距離はいずれも m とする。各屈折面の曲率半径は左向き凸を正とし、各距離は右向きに正とする。

#### 2) 光線追跡法による結像式

屈折面 i における入射・射出光線の reduced vergence<sup>10)</sup>を  $A_i$ ,  $B_i$ , 屈折力を  $P_i$  とし、対応する換算距離<sup>11)</sup>(reduced distance)を  $a_i=1/A_i$ ,  $b_i=1/B_i$ , 次の屈折面  $i+1$  への移行部の換算距離を  $T_i$  とすると、屈折面  $i$  における vergence の変化および屈折面  $i+1$  への移行は、

$$1/a_i + P_i = 1/b_i, \text{ および } a_{i+1} = b_i - T_i$$

で表される<sup>10)</sup>。角膜厚、ACD、IOL 厚、VIT の換算距離を、それぞれ  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$ ,  $t_5$  とすると、 $t_2=t/n_2$ ,  $t_3=ACD/n_3$ ,  $t_4=d/n_4$ ,  $t_5=VIT/n_5$  となる。平行光線が図1の左から入射するとし、 $i=0$  とし、これを眼鏡面に適用すると、

$$1/\infty + R_s = 1/b_0, \text{ したがって } b_0 = 1/R_s$$

$$\text{および } a_1 = b_0 - v = 1/R_s - v$$

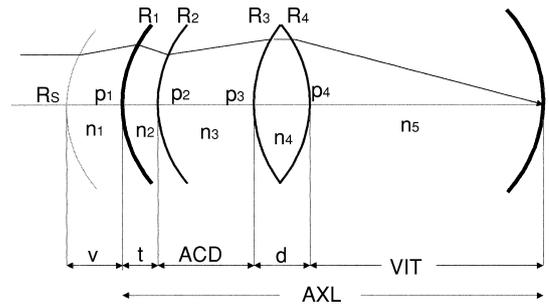


図1 光線追跡の方法。

$R_s$ : 希望屈折度,  $v$ : 頂間距離,  $t$ : 角膜厚, ACD: 前房深度,  $d$ : 眼内レンズ(IOL)厚, VIT: 硝子体長, AXL: 眼軸長,  $t_1=t$ , ACD, IOL 厚, VIT の換算距離( $t_2=t/n_2$ ,  $t_3=ACD/n_3$ ,  $t_4=d/n_4$ ,  $t_5=VIT/n_5$ ),  $p_1$ : 各屈折面の power,  $R_1$ : 角膜前面曲率半径,  $p_1=(n_2-n_1)/R_1$ ,  $R_2$ : 角膜後面曲率半径,  $p_2=(n_3-n_2)/R_2$ ,  $R_3$ : IOL 前面曲率半径,  $p_3=(n_4-n_3)/R_3$ ,  $R_4$ : IOL 後面曲率半径,  $p_4=(n_5-n_4)/R_4$ ,  $VIT=AXL-t-ACD-d$ ,  $n_i$ : 各媒質の屈折率

光線追跡法による結像式

$$t_5 = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{Rs} - v} + p_1} - t_2} + p_2} - t_3} + p_3} - t_4} + p_4} \quad (1)$$

光線追跡法による屈折値計算式

$$R_s = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{t_5} - p_4} + t_4} - p_3} + t_3} - p_2} - t_2} + p_1} + v} \quad (3)$$

図2 光線追跡法による結像式。

次の角膜前面 ( $i=1$ ) では

$$1/a_1 + p_1 = 1/b_1 \text{ すなわち } 1/(1/(1/R_s - v) + p_1) = b_1$$

$$\text{および } a_2 = b_1 - t_2 = 1/(1/(1/R_s - v) + p_1) - t_2$$

これを順次繰り返してゆき、最終屈折面からでた光線が網膜面上に結像するとすると、その最終屈折面から像点までの換算距離  $t_5 (=VIT/n_5)$  は次の式で与えられる(図2)。

- ・片面可変レンズ
  - plano-convex lens
  - biconvex
    - 前面固定・後面可変型… NV22
    - 前面可変・後面固定型
- ・両面可変レンズ
  - biconvex
    - 1対1 … NR81K, 84G
    - その他

図 3 眼内レンズ光学部の設計による分類.

$$t_5 = 1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (Rs - v) + p_1) - t_2) + p_2) - t_3) + p_3) - t_4) + p_4) \dots \dots \dots (1)$$

これが偽水晶眼の結像式である。ただし、VIT は図 1 から

$$VIT = n_5 \cdot t_5 = AXL - t - ACD - d \dots \dots \dots (2)$$

でもある。

3) 屈折値計算

結像式(1)を希望屈折度 Rs で解くと次の式(3)になる(図 2)。

$$Rs = 1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (t_5 - p_4) + t_4) - p_3) + t_3) - p_2) + t_2) - p_1) + v) \dots \dots \dots (3)$$

ACD は予測できるものとして、ある種類、あるパワーの IOL を選択すると、その IOL の屈折率、前・後面の曲率半径、中心厚は確定するので、それらのデータがわかれば、これで予想屈折値が計算できることになる。

4) (非)正視化度数計算

正視化度数計算では、結像式(1)および(2)式のみから IOL パワーを求めることはできない。それは IOL 光学部の形状、設計が未だ不定だからである。そこで、IOL をその光学部の設計によって分類することが必要になってくる。図 3 にその分類を示した。

(i) 凸平レンズの場合

$p_3 = P, p_4 = 0$  とおいて、(1)式を P について解くと

$$P = \frac{1}{t_5 + t_4} - \frac{1}{\alpha - t_3} \dots \dots \dots (4)$$

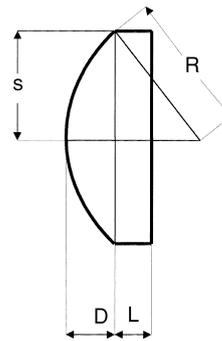
ただし、

$$\alpha = 1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (Rs - v) + p_1) - t_2) + p_2) \dots \dots \dots (5)$$

となる。これが凸平レンズの正視化度数である。しかし、上の(4)式の右辺第 1 項の  $t_5 (=VIT/n_5)$  と  $t_4 (=d/n_4)$  は(2)式の関係がある。したがって、(4)式は

$$P = \frac{n_5}{AXL - t - ACD - (n_4 - n_5)t_4} - \frac{1}{\alpha - t_3} \dots \dots \dots (6)$$

となる。この式で右辺第 2 項は眼鏡-角膜系および ACD にのみ依存し IOL の度数に依存しない。ところが、第 1 項の  $t_4 (=d/n_4)$  は実際は IOL のパワーによって変化するので、P を求めるには、さらに P と  $t_4 (=d/n_4)$  との関



s : IOL 半径, R : IOL 曲率半径,  
 D : IOL 可変厚, L : IOL 固定厚,  
 $n_4$  : IOL 屈折率, d : IOL 厚  
 $n = n_4 - n_3 = n_4 - n_5$  とすると  
 $s^2 + (R - D)^2 = R^2$  より  $s^2 + D^2 = 2RD$   
 また  $P = (n_{i+1} - n_i) / R = n / R$  から  
 $P(s^2 + D^2) = 2nD \dots \dots (7)$   
 一方  
 $d = D + L \dots \dots (8)$

図 4 眼内レンズ光学部の設計.  
凸平レンズの場合.

係式が必要となる。それは図 4 から

$$P(D^2 + s^2) = 2nD \dots \dots \dots (7)$$

$$d = n_4 \cdot t_4 = D + L \dots \dots \dots (8)$$

ただし s : IOL 半径, D : IOL 可変部厚, L : IOL 固定部厚,  $n = n_4 - n_3 = n_4 - n_5$ ; s, D, L は空气中距離

である。結局 P を求めるには(6), (7), (8)の連立方程式を解くことが必要になる。これらの 3 式から P, D を消去し、 $t_4$  を改めて未知数 X とおいて、X についての三次方程式

$$\eta X^3 + \theta X^2 + \phi X + \omega = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{ただし } \omega = (s^2 + L^2)(n_5 - \beta\gamma) + 2nL\beta,$$

$$\theta = n_4^2(n_5 - \beta\gamma) - 2nn_4L\gamma + 2n^2n_4,$$

$$\phi = -2n_4L(n_5 - \beta\gamma) + n\gamma(s^2 + L^2) - 2n(nL + n_4\beta)$$

$$\eta = nn_4^2\gamma, \beta = AXL - t - ACD, \gamma = 1 / (\alpha - t_3)$$

を得る。この方程式の根  $X_0$  とすると、正視化度数 P は(8)式に  $X = X_0$  を代入し D を得て、(7)式から得られる。

(ii) 両凸レンズ-後面可変の場合。同じく(1)式を  $p_4$  で解くと

$$p_4 = \frac{1}{t_5} - \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\alpha - t_3} + p_3} - t_4}$$

$$= \frac{n_5}{AXL - t - ACD - d} - \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\alpha - t_3} + p_3} - \frac{d}{n_4}}$$

ただし、 $\alpha = 1 / (1 / (1 / (1 / (1 / (Rs - v) + p_1) - t_2) + p_2)$

となり、これらから(i)と同様に  $p_4, D$  を消去すると、 $d (=t_4 \cdot n_4)$  についての三次方程式を得る。この方程式の根を  $d_0$  とすると、正視化度数 P は同じく  $d = d_0$  と(7), (8)式から  $p_4$  を得て、さらに

$$P = p_3 + p_4 - p_3 p_4 d / n_4 \dots \dots \dots (10)$$

から求めることができる。

(iii) 両凸レンズ—前面可変の場合. この場合は後面可変レンズの場合とほとんど同様の手順によって,  $d$  についての四次方程式を導くことができる.

(iv) 両凸レンズ—両面可変の場合. この場合は同様に,  $p_3 \cdot p_4$ などを消去し  $d$  についての方程式を求めると, 五次以上の方程式になってしまう.

三次(四次)方程式については根の公式が知られており<sup>12)</sup>, これに従って解くと3根(4根)が得られる. 実際の計算で数値解を求める場合には三角関数, 逆三角関数を用いる必要があるが<sup>12)</sup>, 今回の実験では数値計算の際, 表計算ソフトで行っており, これは三角関数, 逆三角関数を内蔵しているため, 計算可能である. 一方, 五次以上の方程式については解の公式は存在しない(近似計算を除いて, 代数的に厳密解を得ることができない)ことが知られている<sup>12)</sup>. なお(5)式において,  $R_s \neq 0$  の場合はそのまま非正視化度数計算になり,  $R_s = 0$  の場合は  $\alpha = 1/(1/(1/p_1 - t) + p_2)$  とすれば本来の意味の正視化度数計算になる. 「(非)正視化度数計算」としたのはその意味である. 以下, 非正視化度数(計算)も含めて正視化度数(計算)と呼ぶことにする.

5) 以上, 計算方法について要約すると, 次のようになる

i) 光線追跡法を用いて正視化度数計算を厳密に行うと, これは IOL 光学部設計によって結果が異なり, 凸平レンズ・前面固定後面可変両凸レンズの場合は三次方程式を, 前面可変後面固定両凸レンズの場合は四次方程式を解くことに帰着され, 両面可変両凸レンズ, その他の場合は代数的に解くことが不可能であることが明らかとなった.

ii) 一方, 屈折値計算の場合は, どのような設計の IOL でもそのパワーごとの設計データがわかれば厳密に, かつ容易に計算することが可能であることが判明した.

## 2. 対象と方法

当院で行った超音波乳化吸引術+IOL手術のうち, IOLが嚢内に固定され, 術後3か月以上経過観察可能であった150眼を対象とした. 症例を眼軸長により短眼軸長は22 mm未満(16眼), 普通眼軸長は22 mm以上24.5 mm未満(103眼), 長眼軸長は24.5 mm以上(31眼)の3群に分けた. 術後実測屈折値と各式による予測値との誤差を求め, 誤差=実測値-予測値として, 全眼および各群において, 比較を行った. 用いた IOL は NV 22(メニコン社), NR 81 K・NR 84 G(ニデック社)である. SRK-T 式, Holladay 式ではメーカー推奨の A 定数から前房深度を予測する式を用いた.

術前の角膜前面曲率半径および術後屈折値はオートレフケラトメーター ARK 2000 あるいは ARK 700 A(ニデック社)を用いて測定し, 等価球面度数をもって屈折値とした. また, 眼軸長測定は超音波眼軸長測定装置 AL 010(トーメイ社), および US 800(ニデック社)の両者で

行い, 両者の平均値をもって測定眼軸長値とした. 測定は全例著者自身が行った. また, 後者の装置では眼軸長は眼軸長平均音速を用いて計算されているので(前房深度, 水晶体厚は各個別音速により, 硝子体長は硝子体長=眼軸長-前房深度-水晶体厚として計算されている), これを個別音速により計算し直して眼軸長値とした. その方法は得られた眼軸長値, 前房深度, 水晶体厚をメーカーの各設定音速 1550, 1532, 1641 m/s で除することにより, それぞれの通過時間を求め, これより硝子体通過時間を求め, さらにこれに硝子体音速 1532 m/s を乗ずることにより修正硝子体長を求め, 最後に前房深度, 水晶体厚, 修正硝子体長の総和を修正眼軸長値とした. この結果を式で表すと

$$\text{修正眼軸長値} = (1532/1550) \cdot \text{表示眼軸長値} + (109/1641) \cdot \text{表示水晶体厚}$$

となる.

IOL パワー計算については, 上述の屈折値計算式(3)を用いた. その際, AXL については測定眼軸長値に対して Holladay ら<sup>2)</sup>と同様の網膜厚補正として 0.2 mm 加えた値を用いた. 測定値 (AXL, 角膜前面曲率半径), 予測値 (ACD) 以外のパラメータは, 頂間距離は  $v = 12$  mm, 角膜屈折率は  $n_2 = 1.376$ , 角膜中心厚は  $t = 0.50$  mm とした. 角膜後面曲率半径については:  $R_2 = (6.8/7.7) \cdot R_1$  mm とし, 房水・硝子体屈折率:  $n_3 = n_5 = 1.336$  とした. IOL についてのデータは屈折率  $n_4$ , 各パワー毎の前, 後面曲率半径  $R_3 \cdot R_4$ , 中心厚  $d$  についてはメーカーから入手したものを使用した. ACD については, 別報<sup>13)</sup>で述べたように, 先に術後前房深度を前房深度計 (Zeiss 社)により測定し, このデータを用いて, 術前の角膜前面曲率半径, および超音波眼軸長測定データのうちの前房深度と水晶体厚値から術後前房深度を予測する式を作成した.

パワー計算式と前房深度予測式を組み合わせこれを H 式とした. 計算はすべて表計算ソフト (Dos 版 Lotus 1-2-3<sup>®</sup>)で行った.

## III 結果

1. H 式の全眼, 短眼軸長群, 普通眼軸長群, 長眼軸長群の各群における誤差の絶対値の平均値±標準偏差は  $0.38 \pm 0.27$ ,  $0.34 \pm 0.25$ ,  $0.36 \pm 0.26$ ,  $0.44 \pm 0.31$  diopter と良好な結果であり, 全眼, 短眼軸長群, 普通眼軸長群では他の3式すべてに対して有意に誤差が少なく, 長眼軸長群では SRK II 式に対して有意に誤差が少なかった (t 検定, 表 1). また, 誤差の 1 diopter 以内比率は全眼, および各群で 98.0, 100, 99.0, 93.5% と良好であった (表 2, 図 5). 誤差の range においても全眼において, H 式は  $+1.36 \sim -1.25$  diopter と他の3式よりも明らかに良好な結果であった (表 2).

2. 眼軸長に対する誤差の分布をみると, SRK-T 式,

表 1 屈折誤差各式比較—絶対値平均

	SRK-T	Holladay	SRK II	H 式
全眼 n=150	0.55±0.41 p<0.001	0.52±0.37 p<0.001	0.84±0.67 p<0.001	0.38±0.27
短眼軸長群 n=16	0.70±0.39 p<0.01	0.67±0.39 p<0.01	1.11±0.50 p<0.001	0.34±0.25
普通眼軸長群 n=103	0.51±0.38 p<0.01	0.49±0.35 p<0.01	0.70±0.51 p<0.001	0.36±0.26
長眼軸長群 n=31	0.57±0.48	0.55±0.41	1.17±0.97 p<0.001	0.44±0.31

危険率の表示があるものは H 式と各式との有意差を表す (単位: dioter). 平均値±標準偏差

表 2 誤差各式比較—range と 1 D 内比率

	SRK-T	Holladay	SRK II	H 式
全眼 n=150	+2.02 -1.65	+1.83 -1.48	+2.68 -4.43	+1.36 -1.25
1.0 D>	84.7%	88.0%	70.0%	98.0%
短眼軸長群 n=16	+1.37 -0.31	+1.27 -0.24	+1.91 -0.60	+0.43 -0.92
1.0 D>	75.0%	68.8%	43.8%	100%
普通眼軸長群 n=103	+2.02 -1.51	+1.83 -1.29	+2.68 -2.42	+1.36 -0.90
1.0 D>	88.3%	93.2%	79.6%	99.0%
長眼軸長群 n=31	+0.90 -1.65	+1.23 -1.48	+0.92 -4.43	+1.11 -1.25
1.0 D>	77.4%	80.6%	51.6%	93.5%

各群の上段・中段は誤差の range を表し, 下段は 1.0 D 内比率を表す (単位: dioter).

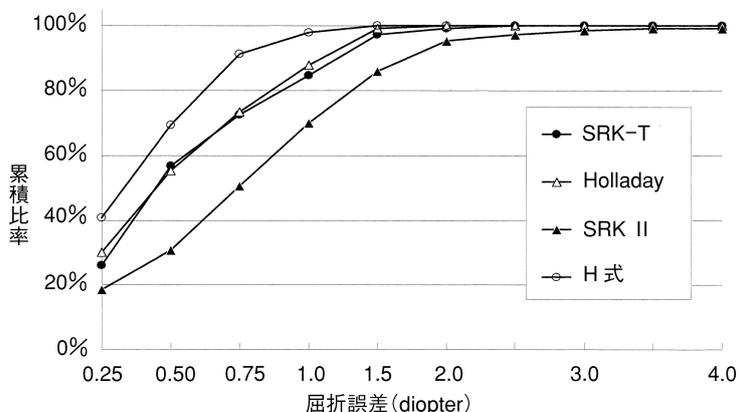


図 5 屈折誤差累積度数曲線.

各式の累積屈折誤差を示す. 横軸は屈折誤差, 縦軸は各屈折誤差限界に対する累積度数 (%) を表す. 全眼 n=150.

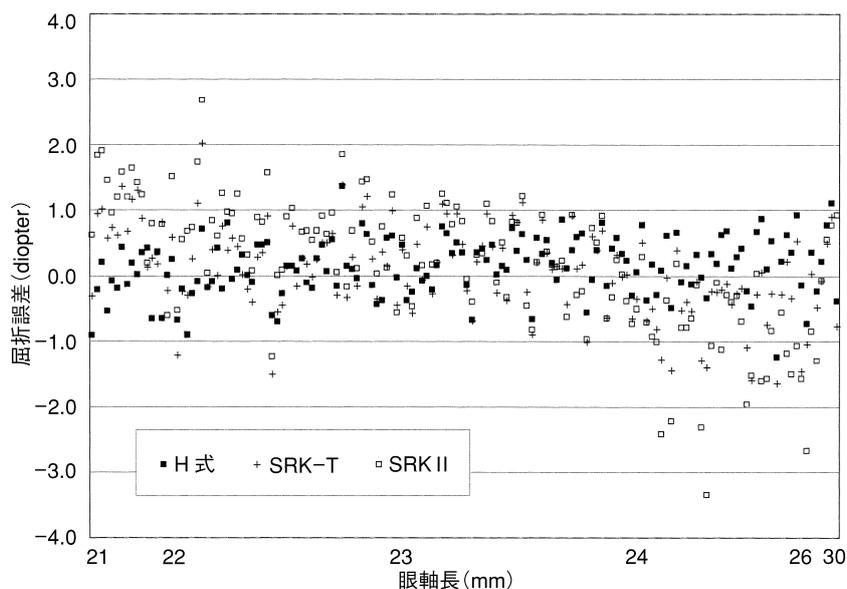


図 6 眼軸長と各式の屈折誤差.

全症例を眼軸長順に並べたもの. 横軸の眼軸長は通常の長さのスケールになっていない. Holladay 式の結果は SRK-T 式と非常に近似したもので, 図が見にくくなるため省略.

$$R_s = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{n_5}{VIT} - P} + \frac{ACD}{n_3}} + v}} \dots (1)$$

$$P = \frac{n_5}{AXL - ACD} - \frac{1}{\frac{1}{R_s} - \frac{ACD}{n_3}} \dots (2)$$

$$VIT = AXL - ACD$$

$$P = \frac{1336 \{4r - a - R_s [v(4r - a) + 0.003ar]\}}{(a - d) \{4r - d - R_s [v(4r - d) + 0.003dr]\}}$$

$$R_s = \frac{1336(4r - a) - P(a - d)(4r - d)}{1336[v(4r - a) + 0.003ar] - P(a - d)[v(4r - d) + 0.003dr]}$$

(R. D. Binkhorst, 1975)

図 7 屈折値計算式から従来の理論式へ。

屈折値計算式において  $t_2 = p_2 = p_4 = t_4 = 0$ ,  $p_3 = P$  とする。R. D. Binkhorst 式では  $AXL = a$ ,  $R_1 = r$ ,  $ACD = d$ (単位 mm)と置き換えている。

Holladay 式は短眼軸長で遠視化し、長眼軸長で近視化する傾向を示した。SRK II 式ではこの傾向はさらに顕著であった。これに対し H 式では程度は僅かであるが、それらとちょうど逆の傾向を示した(図 6)。

#### IV 考 按

##### 1. 従来の理論式と今回の結果

従来の理論式<sup>1)~3)</sup>では第三世代式を含めて、角膜、IOL ともその厚みを 0 としている。我々の屈折値計算式(3)において  $t = p_2 = p_4 = d = 0$ (したがって  $t_2 = t_4 = 0$ )とし、 $p_3 = P$ (IOL パワー)とおくと、(3)式は図 7(1)のように変形され、さらに、この式は P で解くことができ、図 7(2)のようになる。これをさらに変形すると、RD Binkhorst の正視化度数式と屈折値計算式になる。このように、薄肉レンズの近似式では正視化度数計算と屈折値計算は P で表すか、術後希望屈折度  $R_s$  で表すかの違いで、式としては等価である。したがって、従来の理論式のように薄肉レンズの近似を用いる限りでは屈折値計算と正視化度数計算を区別することにさほどの意味はないことになる。ところが、光線追跡式では、上記のように屈折値計算式は(3)式にみるように、分数式(連分数式)であって、IOL の設計データさえわかればどのようなタイプの IOL でも容易に(電卓でも)計算可能である。一方、正視化度数計算では数学的理由から、凸平レンズと片面可変型の両凸レンズならば計算可能であるが、その他のタイプの IOL では代数的には計算不可能であるということから、正視化度数計算と屈折値計算は、計算可能性あるいは計算の容易性という点で両者は区別されるべきと思われる。

これまで発表された理論式についてみると、従来の理論式でも IOL の要素を取り入れた式は存在する。CD Binkhorst<sup>14)</sup>は角膜については薄肉レンズ近似のままであるが、IOL については「正しい」(薄肉レンズ近似でない)正視化度数式を導いた。しかし、最終的には IOL

は凸平レンズとし、初期の理論式と等価な式を示している。屈折値計算については述べていない。Barrett<sup>15)</sup>は CD Binkhorst と同一の式を導き、さらに、数学的に逐次近似法の一つである逐次代入法<sup>16)</sup>によって正視化度数計算を行っている。しかし、この方法は、実際に数値実験してみると、収束が非常に遅く、1つの正視化度数の数値を得るには数 100 回の計算を要した。屈折値計算についてはやはり述べていない。次に、Olsen ら<sup>17)</sup>は初めて角膜についても薄肉レンズ近似をおかない「正しい」正視化度数式を導いたが、実際の計算時には、その論文中に示された計算例をみる限りでは使用 IOL の平均の厚み、第 1、第 2 主平面位置(固定値)を用いて計算し、屈折値計算は同じくそれらの固定値のまま、正視化度数式を希望屈折度で解く形でのようであり、厳密計算まではあと一歩というところにとどまっている。本邦でも、奥山ら<sup>9)</sup>は初めて光線追跡法によるパワー計算を示した。これは術後前房深度、角膜屈折力、眼軸長を変化させた場合の眼屈折力の変化を検討したものである。その中で正視化度数も求められているが、計算方法についての記載はない。次に、柏木ら<sup>4)</sup>は光線追跡法による正視化度数計算法を示した。これは IOL の曲率半径を少しずつ変えながら、入射平行光線が網膜面上に結像するように計算を繰り返し、あらかじめ定めた誤差の範囲内に収束させるという、やはり逐次近似法の一つである。この方法はどのような光学系でも計算可能であるが、computer programming を要するという問題点があり、誰でも容易に行えるというわけでもなく、一般的ではない。しかも、そこでは光線追跡法の一般的方法論は述べてあるが、1つの完結した計算式が示されたわけではない。柏木<sup>5)</sup>は屈折値計算も示しているが、これも同じ逐次近似法で行っており、正視化度数計算と屈折値計算の区別は意識されていない。Colliac<sup>18)</sup>、Fimia ら<sup>19)</sup>は光線追跡法の一方法である行列法を用いて正視化度数計算式を述べているが、これも実際の数値計算時には IOL

厚を一定として計算しているようである。杉野ら<sup>7)</sup>、禰津<sup>8)</sup>は光線追跡法による屈折値計算を臨床例に用いた報告を行った。しかし、これらも光線追跡法の一般的式あるいは方法は述べてあるが、1つの完結したあるいは明示的な計算式が示されたわけではないし、正視化度数計算についてはふれていない。

このように理論式の流れを概観してみると、これまでの報告者達の関心は正視化度数計算に集中しているようであり、初期の理論式をさらに完全な式へとすべく努力してきたように見える。ところが、IOL 厚を計算に入れようとする、正視化度数を厳密に求めることは難しくなってしまうのである。すなわち、凸平レンズの場合ですら、我々の式でいうと(6)式の右辺第一項の分母の中に IOL 厚  $d$  が存在し、これが一定値ならば、この(6)式のみで正視化度数  $P$  は決定することになるが、現実には  $d$  も  $P$  の変化とともに変化するので、 $P$  は求められないのである(両凸レンズの場合はさらに複雑になる)。このような数値計算上の難問に対して、これまでの報告では IOL 厚=一定とするか、逐次近似法で計算するかという方法でこの問題を切り抜けたのである。これに対して、我々は(6)式と IOL の光学部設計を規定している条件式(7)、(8)、(10)との連立方程式を解くことによって、はじめて正視化度数の代数的厳密解(逐次近似解ではなくて)を示すことができた。

しかし、臨床上の応用という観点からは、正視化度数計算では IOL の設計によって計算可能な場合と不可能な場合とがあり、計算可能な場合でも三(四)次方程式を解かなければならないという困難さがあり、実用的ではない。したがって、臨床的戦略として、正視化度数を用いることを放棄して、屈折値計算式を用いればよいということになる。この場合 IOL の設計データが必要となるが、これまで IOL の製造メーカーはそれらのデータを公表してこなかった。しかし、今後はパワー計算の予測精度向上のために、IOL のデータを公表すべきと考える(現在一部のメーカーがパッケージにデータを添付している)。屈折値計算式を用いて予測値を計算し IOL の選択を行う際には、希望屈折度に対して、与える IOL の度数範囲を設定できれば計算効率がよくなるので、概略でも正視化度数がわかればよい。この目的ならば、例えば SRK II 式を使用すればよい。

光線追跡法による屈折値計算としては前述のように杉野ら<sup>7)</sup>、禰津<sup>8)</sup>による報告があるが、誰にでも利用可能な明示的計算式は示されていない。今回、我々は式の意味が明瞭で容易に計算可能な式を提示することができた。それゆえ、これを単に光線追跡法というよりは「新しい理論式」と呼ぶことにしたい。

## 2. 術後前房深度予測および臨床成績

理論式におけるパワー計算には術後前房深度の予測値を得ることが不可欠であるが、SRK-T、Holladay 式で

は、前房深度予測式は、彼らの術後屈折値計算式=実測屈折値とにおいて、この式から前房深度を逆算し、この計算上の前房深度値を、経験式で使用された A 定数と、眼軸長値と角膜前面曲率半径から計算される corneal height という2つの因子から予測するものとなっている。これは前房深度の実測をしなくて済むので臨床的には簡便であるが、実測値と比較するとかなりの誤差が存在する。それは術後実測前房深度とは無関係に、術後屈折値に適合するように最適化してあるため、術後前房深度値とはいっても現実の術後前房深度値ではなく、あくまで彼らの式の中でのみ意味がある仮定の術後前房深度となっているためである。この前房深度予測の問題点については別報<sup>13)</sup>で述べた。

これまで本邦でも IOL パワー計算における光線追跡法の試みは奥山ら<sup>6)</sup>、柏木ら<sup>4)</sup>、杉野ら<sup>7)</sup>、禰津<sup>8)</sup>により行われている。奥山らのものはシミュレーションのみである。柏木ら<sup>4)</sup>は臨床例に適用しているが、術後前房深度は一定として計算している。杉野らは術後実測屈折値から光線追跡法による屈折値計算式によって術後前房深度を逆算する方法を用いていて、その結果、SRK-T 式などとの間に有意差があったという。禰津<sup>8)</sup>は初めて術後実測前房深度から前房深度を予測する式を導き、これと光線追跡法による屈折値計算式を組み合わせる臨床成績を発表したが<sup>8)</sup>、第三世代式との間に有意の差はなかったという。

前述のように、光線追跡法による屈折値計算は使用する IOL の各パワーごとの前・後面曲率半径、中心厚、光学部半径、屈折率がわかればどのようなタイプの IOL でも厳密に計算可能である。そこで、さらに術後前房深度予測値が十分な精度で得られれば、術後屈折値予測の精度も良好となることが期待される<sup>21)</sup>が、今回の我々の結果は期待通りのものが得られたと考えられる。この結果には、計算式の「正しさ」(偽水晶体眼の光学的要素をすべて近似ではなくて計算していること)と、術後前房深度予測精度が寄与しているものと考えられる(今回の前房深度予測式の精度は実測値との誤差の絶対値平均 0.174 mm であり、これは普通眼軸長眼では屈折値にして 0.252 diopter 程度に相当する<sup>13)</sup>)。

しかし、術後屈折値予測精度には、それ以前の問題として、術前生体計測の、とりわけ眼軸長の測定精度が問題となる。今回の我々の結果と、これまでに発表されたもの<sup>8)22)~26)</sup>と SRK-T 式同士と比較しても、誤差の絶対値平均、1 diopter 以内比率、range の各項目において、やはり我々の結果が良好であった。今回我々は眼軸長測定に際して、全例について著者自身が計測を行い、また、測定装置は2機種を用いて行い、平均音速を使用している機種については、個別音速による計算に計算し直して行っている。これらのことが測定精度向上に寄与しているものと思われる。

次に、今回の結果を眼軸長との関連でみると、屈折誤差は他の3式がすべて、短眼軸長で遠視化し、長眼軸長では近視化する傾向を示したのに対して、H式は全眼軸長領域で良好な結果となった(強いていえば、H式は他式とは丁度逆に、短眼軸長で近視化し、長眼軸長では遠視化するという傾向がみられたが)ことは著しい結果と思われる。

計算に必要なデータのうち、今回角膜後面曲率半径  $R_2$  はグルストランド模型眼の前・後面曲率半径比を用いて  $R_2 = (6.8/7.7)R_1$  とする方法を採用した。この  $R_2$  については、これまで実測する手段に乏しかったが、最近ではオーブスキャンの登場により、 $R_2$  の測定が可能になった。今後 IOL パワー計算において  $R_2$  の実測値を用いることにより、さらに予測精度向上も期待される。

### 3. 正視化度数計算の厳密計算の意義

正視化度数計算の厳密計算については、前述の通りであるが、一方、臨床の精度が良好であれば、別に近似解でも十分ではないか、あるいは術後屈折度予測というのはもともと眼軸長計測などの生体計測時の誤差を初めとして多くの誤差要因を持っており、ここまで厳密に数式を論じることによればどの意味があるだろうかというような見解も存在するかも知れない。しかしながら、最近の SRK-T 式を用いても依然として術後屈折誤差がかなり大きくなる症例も存在する。そこで、あるパワー計算の近似式を評価する場合、厳密計算ができていれば、これと比較することによって、例えば IOL 厚 = 0 とおいたときに正視化度数の厳密計算とどの程度の差がでるかということが理論的に数値計算的に判明する。ところが、そのような基礎的理論的考察がない場合は、その近似式を臨床的に使用してかなりの誤差がでた場合、その誤差が近似式自体による誤差なのか、術後前房深度予測の誤差によるものなのか、あるいは眼軸長など生体計測上の誤差によるものなのか、臨床的データのみからはそれ以上の追求は困難であると思われる。白内障手術の洗練化によってますます予測精度の向上も叫ばれていながら、決定的予測式がこれまで存在しなかった現状を考えると、例えば正視化度数計算を完全に厳密に行うとどうなるのか、あるいは厳密な計算が果たして可能なのかどうかという点についての知見が得られるということには、理論式によるパワー計算の分野における基礎的な研究として大きな価値があるものと考えられる。

本論文の要旨の一部は第 14 回日本白内障眼内レンズ屈折手術学会で報告した。

### 文 献

- 1) Retzlaff J, Sanders DR, Kraff MC : Development of the SRK/T intraocular lens implant calculation formula. J Cataract Refract Surg 16 : 333-340, 1990.
- 2) Holladay JT, Musgrove KH, Prager TC, Lewis JW, Chandler TY, Ruiz RS : A three-part system refining intraocular lens power calculations. J Cataract Refract Surg 14 : 17-24, 1988.
- 3) Binkhorst RD : The optical design of intraocular lens implants. Ophthalmic Surg 6 : 17-31, 1975.
- 4) 柏木豊彦, 大路 正, 切通 彰, 木下 茂, 真鍋禮三 : RTEC 法による眼内レンズパワー計算. 臨眼 41 : 133-135, 1987.
- 5) 柏木豊彦 : 光線追跡法の眼光学への新しい応用法. 日眼会誌 93 : 569-574, 1989.
- 6) 奥山文雄, 所 敬 : 無水晶体眼に挿入された人工水晶体の光学的検討. 日本眼光学学会誌 2 : 25-28, 1981.
- 7) 杉野公彦, 松阪有紀, 上野珠代, 高峯行男 : 理論的回帰式による眼内レンズ度数決定式の作成. あたらしい眼科 11 : 457-461, 1994.
- 8) 禰津直久 : 光線追跡法と前後囊の位置による眼内レンズの術後屈折予測. 臨眼 52 : 795-798, 1998.
- 9) Retzlaff J, Sanders DR, Kraff MC : A manual of implant power calculation including SRK II formula 2nd ed. Medford, Oregon, Retzlaff, Sanders, Kraff, 4-6, 1988.
- 10) 平井宏明 : 幾何光学の基礎. 西信元嗣(編) : 眼光学の基礎. 金原出版, 東京, 1-41, 1990.
- 11) 片山庸郎 : ガウス光学におけるマトリクスの応用. 応用物理学会光学懇話会(編) : 幾何光学. 森北出版, 東京, 38-64, 1975.
- 12) 高木貞治 : 代数学講義 改訂新版. 共立出版, 東京, 171-180, 1985.
- 13) 堀内一郎, 赤木好男 : 新しい眼内レンズ挿入術後前房深度予測式. 日眼会誌 105 : 614-618, 2001.
- 14) Binkhorst CD : Intraocular Lens Power. Trans Am Acad Ophthalmol Otolaryngol 81 : OP 70-OP 79, 1976.
- 15) Barrett GD : Intraocular lens calculation formulas for new ocular lens implants. J Cataract Refract Surg 14 : 17-24, 1987.
- 16) 山下四郎, 田中寿美 : BASIC による実用数値計算. 山海堂, 東京, 97-100, 1987.
- 17) Olsen T, Thim K, Corydon L : Theoretical versus SRK I and SRK II calculation of intraocular lens power. J Cataract Refract Surg 16 : 217-225, 1990.
- 18) Colliac JP : Matrix formula for intraocular lens power calculation. Invest Ophthalmol Vis Sci 31 : 374-381, 1990.
- 19) Fimia A, Alió J, Pascual I, Beléndez A : New theoretical matrix formula for intraocular lens calculation using the optical bending factor. J Cataract Refract Surg 19 : 293-299, 1993.
- 20) 禰津直久 : 水晶体の位置からの術後前房深度予測. IOL & RS 12 : 44-47, 1998.
- 21) 大鹿哲郎 : 眼軸長測定および眼内レンズ度数計算式の信頼性. 臨眼 52 : 33-36, 1998.
- 22) Barrett GD : An improved universal theoretical formula for intraocular lens power prediction. J

- Cataract Refract Surg 19 : 713—720, 1993.
- 23) **Hoffer KJ** : Hoffer Q formula : A comparisson of theoretic and regression formulas. J Cataract Refract Surg 19 : 700—712, 1993.
- 24) **Olsen T, Corydon L, Gimbel H** : Intraocular lens power calculation with an improved anterior chamber depth prediction algorithm. J Cataract Refract Surg 21 : 313—319, 1995.
- 25) **竹中 久, 岡田睦美, 村田典子, 岡野昌子, 二宮欣彦, 前野貴俊, 他** : 眼内レンズパワー計算の問題点. 臨眼 49 : 903—906, 1995.
- 26) **長谷川敦俊, 新田耕治, 齊藤友護** : 眼内レンズ手術における球面屈折誤差. IOL & RS 13 : 98—105, 1999.
-