

光線追跡法の眼光学への新しい応用法

—Ray Tracing Error Correction (RTEC) 法—(図3, 表9)

柏 木 豊 彦 (行岡病院)

要 約

屈折矯正に関する新しい計算方法 Ray Tracing Error Correction method (RTEC 法) の理論を紹介した。RTEC 法により、眼鏡、コンタクトレンズ、角膜屈折矯正手術、IOL などによる矯正に関する計算が、同一の方法かつ一切の近似や光学モデルの簡略化を行わずに計算できる。RTEC 法は2つの過程からなり第一は光線追跡法で無限遠より発した光線が中心窩に焦点を結ぶかどうかを調べる。第二は Error Correction で先の光線が中心窩で焦点を結ばない場合に、眼鏡や角膜や IOL の曲率半径を変化させる。正確な答えが見つかるまで計算がくりかえされ、最終的に正しい答えが得られる。Helmholtz の模型眼の調節弛緩時と調節時の屈折度と調節弛緩時で眼軸長が28mm の眼を角膜屈折矯正手術により術後-2D にするための望まれる角膜曲率半径の計算、眼軸長が24mm の眼を術後-2D の屈折度にするための IOL 度数の計算結果例を示した。(日眼会誌 93: 569—574, 1989)

キーワード：屈折矯正、光線追跡、IOL、RTEC、Helmholtz 眼

New Application of The Ray Tracing Error Correction (RTEC) Method to Ophthalmic Optics

Toyohiko Kashiwagi
Yukioka Hospital

Abstract

The theory and procedures of the Ray tracing error correction method (RTEC) which performs various refractive calculations in ophthalmology is explained. Calculations for the different corrective methods; i.e. glasses, contact lens, refractive corneal surgery and IOL are determined in the same manner without any simplification or approximation of the optical model. RTEC consists of two procedures; a ray tracing determining whether the ray originating from infinity focuses on the fovea, and an error correction formula that varies the curvature of the glasses, cornea or IOL when the ray is not focused at the fovea. These calculations are continued until the values for the ray focused at the fovea are obtained. The refraction of Helmholtz' schematic eye at relaxation and at accommodation, the desired postoperative corneal curvature with a -2D postoperative refraction and 28mm axial length, and the IOL power determination with -2D postoperative refraction and 24mm axial length are presented. (Acta Soc Ophthalmol Jpn 93: 569—574, 1989)

Key words: Refractive correction, Ray tracing, IOL, RTEC, Helmholtz' eye

別刷請求先: 553 大阪市福島区福島 1-1-50 大阪大学医学部眼科学教室 柏木 豊彦
(平成元年3月22日受付, 平成元年4月5日受理)

Reprint requests to: Toyohiko Kashiwagi, M.D. Dept. of Ophthalmol. Osaka Univ. Medical School,
1-1-50 Fukushima, Fukushima-ku, Osaka 553, Japan
(Received March 22, 1989 and accepted April 5, 1989)

I 緒 言

多くの眼光学の計算は厳密な光学的計算によらず種々の簡略化を行って計算されている。1924年に発表された Helmholtz の模型眼¹⁾は眼光学に関する計算の基礎となっているが、このモデルがそのまま用いられることは少なく、多くの場合角膜も水晶体も一個の屈折面を持つ簡略化したモデルが用いられている。例えば眼内レンズの度数計算の種々の理論式^{2)~7)}に見られるように、本来眼鏡の2つの屈折面、角膜の2つの屈折面と眼内レンズの2つの屈折面の計6個の屈折面を考慮して計算しなければならないのに、きちんと6個の屈折面を考慮して計算していないため、混乱を招く原因となっている。これら簡略化されたモデルが用いられる理由は、一般に多数の屈折面をもつ光学系に対して手計算で一定の計算式を導くことが難しいからと考えられる。

筆者らは光線追跡法を応用して一定の計算式を用い

ないで、種々の屈折矯正手段に関する計算を統一的に行える Ray Tracing Error Correction (RTEC) 法を考案した⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾。本論文では RTEC 法の原理の詳細な説明と Helmholtz 眼の屈折度を求める例、角膜屈折矯正手術に適応した例や IOL の度数決定に応用した例を示して、RTEC 法の汎用性と有用性を示そうと意図した。

II 方 法

RTEC 法では全ての屈折面の曲率半径と屈折面間の距離と屈折率の値が用いられ、一切のモデルの簡略化はしない。RTEC 法では問題に応じてある曲面の曲率半径を変化させながら、該当する眼球光学系が矯正されるまで計算が続けられる。RTEC 法は2つの過程より成り立つ。第1は Ray Tracing (光線追跡) 部分で第2は Error Correction (誤差訂正) 部分である。Fig. 1 に Helmholtz 模型眼の屈折度を求める例を示した。眼鏡の前面の曲率半径 R を変化させながら屈折

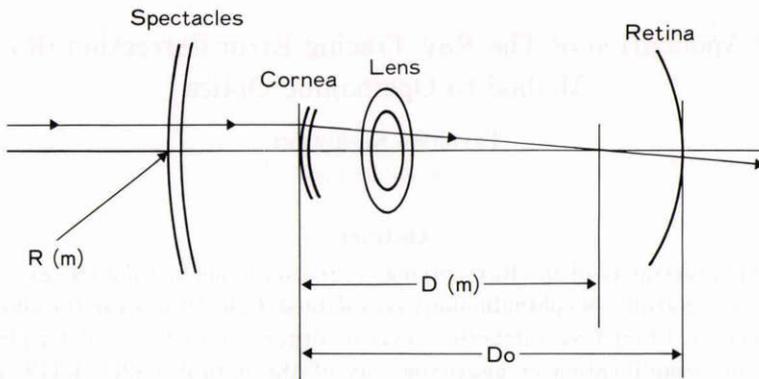


Fig. 1 Principle of RTEC method in calculating the refraction of Helmholtz' schematic eye. A ray parallel to the optical axis originating from infinity is refracted on the surface of spectacles, cornea and lens and crosses the optical axis at the second focal point (SFP). Using ray tracing technique, D (m), the distance between anterior corneal surface and SFP is obtained. If the optical system is properly corrected, SFP should be on the fovea and D (m) must be equal to the axial length D_0 . If D (m) is different from D_0 , the anterior curvature is varied according to error correction formula $1/R(m+1) = 1/R(m) + (1/R(m) - 1/R(m-1)) * (1/D(m) - 1/D(m-1)) / (1/D_0 - 1/D(m))$ ($m=3, 4, 5, \dots$). Corresponding $D(m+1)$ is obtained by ray tracing. {for $m=1, 2$, $R(1)$ is arbitrarily determined. $R(2)$ is determined by a formula $R(2) = 1 / (1/R(1) + (1/D(1) - 1/D_0) / (n_2 - n_1))$, where n_1 and n_2 are the refractive indices of both sides of the varied surface.} As the calculations proceed, D (m) will eventually be equal to D_0 , and the corresponding curvature R_0 obtained is the curvature of spectacles that corrects the refraction. All calculations is done automatically with a personal computer.

度が以下のようにして計算される。始めの曲率半径 R(1)は任意に決められる。無限遠から発する光線の光線追跡をすることにより、最初の曲率半径に対応する第2焦点 Second focal point (SFP) が求まる(図中の光軸と光線が交わる点)。この点の角膜前面からの距離を D(1)とする。次の曲率半径 R(2)は $R(2)=1/(1/R(1)+(1/D(1)-1/D_0)/(n_2-n_1))$ なる式で決められる。ここで n1と n2は曲率半径が変化する屈折面の両側の屈折率であり、D0は角膜前面から測った中心窩の位置である。R(2)に対応する第2焦点の位置 D(2)が再び光線追跡法により計算される。こうして最初の2つの数列の組みが決定されたら次の曲率半径は誤差訂正の漸化式 $1/R(m+1)=1/R(m)+(1/R(m)-1/R(m-1))/(1/D(m)-1/D(m-1)) * (1/D_0-1/D(m))$, (m=3, 4, 5, ...)

によって決められる。それぞれの R(m)に対応する第2焦点の位置 D(m)は光線追跡法によって決定される。このようにして次々と2組の数列 R(1), R(2), ... R(m) ..., D(1), D(2), ... D(m), ... が得られる。漸化式の持つ性質によりこの2つの数列は収束して D

(m)は最終的に D0に一致し(即ち第2焦点は中心窩に一致する)。対応する R0が矯正眼鏡の曲率半径となり屈折度が計算できる。曲率半径を変化させる曲面は問題に応じて選択される。屈折度を求める場合には眼鏡の曲率半径を変化させる。角膜屈折手術で所望される術後の角膜曲率半径を計算するには角膜前面の曲率半径が、IOLの度数の計算の場合にはIOLの曲率半径を変化させる(Fig. 2, Fig. 3)。Table 1と Table 2には有水晶体眼で調節弛緩時と調節時でのHelmholtz 模型眼の光学定数の値が、Table 3にはIOL挿入眼の光学系の光学定数の値を示した。

6個の問題をRTEC法で解いた。最初の2つの問題はHelmholtz眼で眼軸長が24mmとした場合の調節弛緩時と最大調節時での屈折度を求める問題。次の2つの問題はIOLの度数決定とIOL挿入眼の屈折度を求める問題。最後の2つの問題はexcimer laser等による角膜屈折矯正手術の際に、術後の角膜曲率半径を求める問題とその術後の屈折度を求める問題である。眼軸長は24mmとし、角膜屈折矯正手術の場合では28

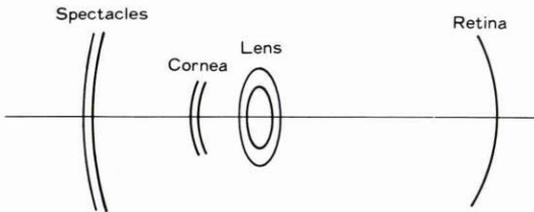


Fig. 2 Optical model of calculating the refraction of Helmholtz' schematic eye, the desired postoperative corneal curvature and the refraction after refractive corneal surgery. Optical parameters are shown in Table 1 & 2. The anterior surface of glasses and anterior corneal curvature are varied in calculating the refraction and after refractive corneal surgery respectively.

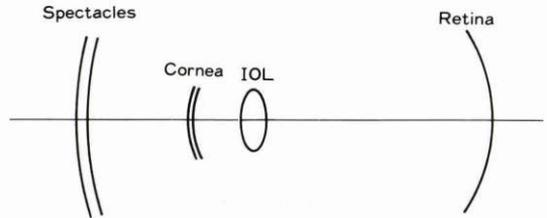


Fig. 3 Optical model of calculating the IOL power and postoperative refraction. Optical parameters are shown in Table 3. The curvatures of anterior, posterior or both surfaces of the IOL are varied in determining the power of convex-plano, plano-convex, and biconvex lenses respectively. The anterior curvature of spectacles is varied in calculating the postoperative refraction.

Table 1 Optical parameters in calculating the refraction of Helmholtz' schematic eye at relaxation and after refractive corneal surgery. Initial curvatures of spectacles are infinite.

	Spectacles		Cornea		Lens			
Curvature (mm)	1. D +100	1. D +100	7.7	6.8	10.0	7.911	-5.76	-6.0
Location of refracting surface	-13.0	-12.0	0.0	0.5	3.6	4.146	6.565	7.2
Refractive index	Spectacles Air		Cornea A/C and Vitreous		Lens			
	1.498	1.0	1.376	1.336		cortex	nucleus	
						1.406	1.386	

Table 2 Optical parameters in calculating the refraction of Helmholtz' schematic eye at accommodation. Same refractive indices as in Table 1.

	Spectacles		Cornea		Lens			
Curvature (mm)	1. D+100	1. D+100	7.7	6.8	5.33	2.655	-2.655	-5.33
Location of refracting surface	-13.0	-12.0	0.0	0.5	3.2	3.3725	6.5275	7.2
Refractive index	Spectacles Air		Cornea A/C and		Vitreous Lens			
	1.498	1.0	1.376	1.336		cortex	nucleus	
						1.406	1.386	

Table 3 Optical parameters in calculating an IOL implanted eye. Refractive index is 1.49 for IOL and other indices are the same as in Table 1.

	Spectacles		Cornea		IOL	
Curvature (mm)	1. D+100	1. D+100	7.7	6.8	1. D+100	1. D+100
Location of refracting surface	-13.0	-12.0	0.0	0.5	3.6	4.6
Refractive index	Spectacles Air		Cornea A/C and		Vitreous IOL	
	1.498	1.0	1.376	1.336		1.490

mmとした。眼軸長が28mmで調節弛緩時でのHelmholtz眼の屈折度もRTEC法で計算した。プログラムはFORTRANで作成し、NECのpersonal computerで計算した。計算に要した時間は一個の問題について2秒程度であった。

III 結 果

Table 4からTable 9に各問題についての計算の過程と結果を示す。各問題について曲率半径R(m)とその曲面のdiopterとD(m)の値を示した。Error Correctionにより曲面の曲率半径が変化して、D(m)が眼軸長と等しくなったところで計算は自動的に終了した。Helmholtzの模型眼の屈折度は調節弛緩時で0.9948458 diopterであり、調節時で-11.16966 diopterであった。眼内レンズ度数については模型眼

で術後の屈折度を-2diopterとする場合19.62855 diopterであった。またこの眼内レンズを挿入された模型眼の術後屈折度の計算結果は-2.000000diopterであった。眼軸長28mmの模型眼の調節弛緩時の屈折度は-9.046401diopterであった。この眼の屈折度を-2 diopterにするための術後の角膜曲率半径は8.812753mmであった。またこの手術された眼の術後の屈折度は-1.999998diopterであった。

IV 考 察

計算の整合性について：Table 6とTable 7及びTable 8とTable 9の計算はそれぞれ一方の問題の逆の問題になっている。Table 6では術後-2diopterの屈折度になるIOLの度数を求める問題で、Table 7はそのIOLを挿入された眼の術後屈折度を求める問

Table 4 and 5. Refraction of Helmholtz' Schematic eye at relaxation and at accommodation. m is the number of iterations. R (m) is the anterior curvature of spectacles. The diopter is the power of spectacles. D (m) is the distance between anterior corneal surface and second focal point. The axial length is 24mm.

m	R (m)	Diopter	D (m)	m	R (m)	Diopter	D (m)
1	1.0D+100	0.000000	24.38541	1	1.0D+100	0.000000	21.01384
2	-756.2216	0.6585371	24.13003	2	84.10723	-5.921013	22.59906
3	-498.3905	0.9992165	23.99831	3	44.64868	-11.15375	23.99576
4	-500.5898	0.9948266	24.00001	4	44.58515	-11.16964	23.99999
5	-500.5801	0.9948458	24.00000	5	44.58506	-11.16966	24.00000

Table 6 IOL power determination for Helmholtz' schematic eye. Axial length is 24mm. The desired postoperative refraction is -2 diopter. R (m) is the anterior IOL curvature. The diopter is the IOL power.

m	R (m) (mm)	Diopter	D (m) (mm)
1	1.0D+100	0.00000	32.62415
2	13.98154	11.01452	27.05605
3	8.007412	19.23218	24.12296
4	7.848916	19.62054	24.00247
5	7.845719	19.62854	24.00000
6	7.845716	19.62855	24.00000

Table 7 Postoperative refraction after IOL implantation. IOL power as obtained in Table 6 is 19.62855 D. R (m) is the anterior curvature of spectacles. The diopter is the power of spectacles.

m	R (m) (mm)	Diopter	D (m) (mm)
1	1.0D+100	0.000000	23.26035
2	-375.8650	-1.324944	23.74933
3	-248.4803	-2.004183	24.00156
4	-249.0011	-1.999991	24.00000
5	-249.0000	-2.000000	24.00000

Table 8 Desired postoperative corneal curvature after Corneal abration surgery. R (m) is the anterior corneal curvature. The diopter is the refractive power of anterior corneal surface. The axial length is 28mm. The refraction before surgery is -9.046401 diopter. The desired postoperative refraction is -2 diopter.

m	R (m) (mm)	Diopter	D (m) (mm)
1	7.700000	43.05319	25.16731
2	8.390726	39.02481	26.94542
3	8.812130	36.87731	27.99846
4	8.812752	36.87429	28.00000
5	8.812753	36.87429	28.00000

題である。術後屈折度は-2.000000diopter となっている。また Table 8 では術後-2.0diopter にするための術後角膜曲率半径を求める問題で、一方、Table 9 では手術された術後の屈折度を求める問題である。Table 9 の結果よれば術後屈折度は-1.999998 diopter である。これらの結果は RTEC 法による計算が互いに矛盾のない計算法であることを示している。

RTEC の精度について、RTEC 法では用いる光学系

Table 9 Postoperative refraction after corneal abration surgery. R (m) is the anterior curvature of spectacles. The diopter is the refractive power of spectacles. The axial length is 28mm. Same anterior corneal curvature as obtained in Table 8.

m	R (m) (mm)	Diopter	D (m) (mm)
1	1.0D+100	0.000000	27.03816
2	-391.9800	-1.270473	27.64704
3	-251.3050	-1.981656	27.99110
4	-249.0212	-1.999830	27.99992
5	-249.0003	-1.999998	28.00000

のモデルに一切の省略や近似を行わずかつ計算は幾何光学に基づく光線追跡法によって行っており、また光線が中心窩で焦点を結ぶまで計算は続けられるので、用いられている光学系のモデルの範囲内で正確な計算結果が得られる。

RTEC 法の汎用性、RTEC 法を利用することにより眼光学の種々の屈折に関する問題を同一の方法で解くことができる。本論文で示されたように、Helmholtz 眼の屈折度を求める計算や IOL 挿入後の屈折度数の計算や、角膜屈折矯正手術時における目的とする術後角膜曲率半径の計算や IOL 度数の計算などの種々の問題が同一の計算手法で解かれる。実際にはこれらの種々の問題は次のようにして解かれる。personal computer に光学系の屈折面の曲率半径と屈折面間の距離と媒質の屈折率の値をデータとして保存しておき、必要な場合はそれらの値を変更する。眼軸長や角膜曲率半径や屈折度などはキーボードから入力することによりいつでも変更できるようにしておく。そして屈折度を計算する場合には眼鏡の曲率半径を、角膜屈折手術の場合には角膜曲率半径を、IOL の度数の計算の場合には IOL の曲率半径を変化させるように、キーボードから変化させる曲面の番号を指定して計算を行う。このように種々の問題が統一的に計算される理由は特定の公式を用いていないことによる。公式を用いないのに正しい答えが得られる理由は光線追跡法により答えが正しいか正しくないかを判定できることと、漸化式により曲率半径を徐々に変化させていくことができ、さらに漸化式による数列が収束する場合は必ず求める答えに収束するように作られている点にある。

公式を用いる従来の方法との比較。ある屈折の問題に対して公式を導いて計算する方法は屈折面の個数が 6 個や 8 個と大きい場合非常に困難である。またたと

え公式を導いても実際の計算は personal computer を用いなければならないほど複雑である場合が多い。また導かれた公式はその問題に対してのみ有効であり、異なった問題には異なった公式を導いておかねばならない。それに比較して RTEC 法では屈折面の数がたとえ10個や20個あるような光学系のモデルに対しても計算可能であり、また先に示したように様々な異なる問題も同一の計算方法で計算できる。多くの眼科学の屈折の問題が実際にはコンピュータを用いて計算されていることや今日の personal computer の普及を考えれば、手計算の時代に発展した公式を用いる計算方法は理論的な概略を理解する意味はあっても実用的には優れた方法ではない。

RTEC 法による IOL 度数計算。RTEC 法を用いて IOL 度数を計算する方法は理論式と同様の部類に属する。IOL 度数の計算の理論式は8個あるがそのどれもが光学系のモデルの単純化を行ったり誤った光学定数を用いたりして混乱を究めている⁹⁾。RTEC 法による IOL 度数計算は理論的には現在最も優れた方法である。また RTEC 法では形状や材質の異なる IOL、例えば biconvex や meniscus レンズや中心厚の厚いレンズやシリコンレンズなどの IOL 度数計算も簡単に計算できる。さらには術中検影法のように白内障を取り除いたあとの屈折度を利用して IOL 度数を決定する方法の場合にも RTEC 法の中に含まれている光線追跡のプログラムを用いれば簡単に計算できる⁸⁾⁹⁾。

角膜屈折矯正手術における RTEC 法。角膜屈折矯正手術に関する種々の光学的計算も RTEC 法を用いれば簡単に計算可能である。例えば excimer laser による corneal ablation の手術の場合を例にとれば、術前に屈折度と角膜曲率半径、角膜厚、前房深度、水晶体厚、眼軸長を測定しておく。RTEC 法により水晶体の

power を計算する(水晶体の曲率半径に一定の仮定をおいて曲率半径を計算する)。そして術後の所望の屈折度となるような角膜曲率半径を本文に示した方法により計算できる。またコンタクトレンズに関する種々の屈折の問題も RTEC 法を用いれば正確に計算可能である。

文 献

- 1) **Helmholtz H**: Treatises on Physiological Optics. Optical Society of America, 1924, Vol. 1, 392.
- 2) **Fyodrov SN, Galin MA, Linksz A**: Calculation of the optical power for intraocular lenses. Invest Ophthalmol 14: 625-628, 1975.
- 3) **Van der Heijde GL**: The optical correction of unilateral aphakia. Trans Am Acad Ophthalmol Otolaryngol 81: 80-88, 1976.
- 4) **Colenbrander MG**: Calculation of the power of an iris clip lens for distant vision. Br J Ophthalmol 57: 735-740, 1973.
- 5) **Binkhorst CD**: Intraocular lens power. Trans Am Acad Ophthalmol Otolaryngol 81: 70-79, 1976.
- 6) **Barret GD**: Intraocular lens calculation formulas for new intraocular implants. J Cataract Refract Surg 13: 389-396, 1987.
- 7) **Olsen T**: Theoretical approach to intraocular lens calculation using Gaussian optics. J Cataract Refract Surg 13: 141-145, 1987.
- 8) **柏木豊彦, 眞鍋禮三**: 新しい眼内レンズパワー決定法. 眼光学, 第7巻, 93-98, 1986.
- 9) **柏木豊彦**: IOL Power 種々の決定法とその問題点. 眼科手術 1: 7-19, 1988.
- 10) **井上 新, 柏木豊彦, 眞鍋禮三**: 近軸光線追跡法による IOL 移植眼の屈折要素の検討. 眼紀(掲載予定)