

眼球常存電位解析のための眼球の電池モデル

伊月 宣之¹⁾, 久保 賢倫²⁾, 白石 学³⁾, 西川 謙一⁴⁾, 三村 康男⁵⁾

¹⁾新居浜工業高等専門学校電気工学科, ²⁾久保眼科医院, ³⁾豊橋技術科学大学工学部

⁴⁾京都大学工学部電気工学科, ⁵⁾徳島大学医学部眼科学教室

要 約

眼球を回転させたときに生じる常存電位の変化を眼球の電池モデルにより解析した。角膜が陽極で網膜が陰極の細長い電池でモデル化した眼球が均質な伝導体の中に浸されていると仮定して、内眼角部および外眼角部周辺に生じる電位変化を計算する式を、電磁気学における理論を適用して導出した。導出された式に、眼球中心から電位検出位置までの距離と検出位置が光軸から偏位している角度を当てはめて眼球常存電位変化を計算した。一

方、眼球を種々の振幅で左右に衝動運動をさせ、これらの振幅に対する常存電位の変化を検出して計算値と比較した。その結果、実験で得られた眼球常存電位変化は、眼球の電池モデルから導出した理論式でよく模擬されることが示唆された。(日眼会誌 99: 1012-1016, 1995)

キーワード: 眼球の電池モデル, 眼電位図 (EOG), 衝動性眼球運動, 電極位置, 網膜

A Battery Model of the Eyeball to Calculate Standing Potential of the Eye

Nobuyuki Itsuki¹⁾, Masanori Kubo²⁾, Satoru Shiraishi³⁾,
Yoshikazu Nishikawa⁴⁾ and Yasuo Mimura⁵⁾

¹⁾Department of Electrical Engineering, Niihama National College of Technology

²⁾Kubo Eye Clinic

³⁾Faculty of Engineering, Toyohashi University of Technology

⁴⁾Department of Electrical Engineering, Kyoto University

⁵⁾Department of Ophthalmology, Tokushima University School of Medicine

Abstract

Variation of the resting potential caused by eye movements was analyzed by applying a battery model to the eyeball. A formula that gives the potential between the inner canthus and the outer canthus of the eye was derived on the basis of the electric theory in electromagnetics, on the assumption that the eyeball was floating in a homogeneous conductor. The variations of the resting potentials were represented using the distance from the center of the eyeball to the potential detecting position and the deflection angle of the position with respect to

the optical axis of the eyeball. To verify the validity of the formula, the variation of the resting potential caused by the various amplitudes of bilaterally symmetrical eye movements were measured. The calculated results were found to be in good agreement with the experimental ones. (J Jpn Ophthalmol Soc 99: 1012-1016, 1995)

Key words: Battery model of eyeball, Electro-oculogram, Saccadic eye movement, Electrode position, Retina

I 緒 言

人眼では角膜側が正で網膜側が負となるような常存電位が存在するが、眼球を電池とみなして^{1)~4)}、この電位を解析することができる。

一方、常存電位の変化を記録する眼電位図 (electro-oculogram, EOG) は、非侵襲的検査法として臨床診断や電気生理学的な研究に応用されているが、測定条件や測定環境に左右され、必ずしも再現性がよいとはいえない。これら電位変動の要因には電極の位置⁵⁾やその種類⁶⁾あ

別刷請求先: 792 愛媛県新居浜市八雲町 7-1 新居浜工業高等専門学校電気工学科 伊月 宣之
(平成 5 年 9 月 24 日受付, 平成 7 年 5 月 10 日改訂受理)

Reprint requests to: Nobuyuki Itsuki, Department of Electrical Engineering, Niihama National College of Technology, 7-1 Yagumo-cho, Niihama-shi, Ehime-ken 792, Japan
(Received September 24, 1993 and accepted in revised form May 10, 1995)

るいは個人差など種々の要素があるため、定量的な解析には留意すべきことが多い。

このような変動要素の中で電極位置による影響は大きく、EOG の測定では電極の装着位置に対する特性を解析しておく必要がある。しかし、電極位置の影響に関して定量的な解析を行った報告⁷⁾は比較的少ない。そこで我々は、眼球正面を中心にして、視線を左右交互に 10~100° の広範囲にわたって 1 秒間隔で矩形波状に衝動運動をさせたとき、眼球の外眼角部近傍の異なった 3 か所から同時に EOG 電位（以下、眼球を動かしたときの常在電位の変化分を EOG 電位と呼ぶ）を導出して、眼球周辺の位置の違いによる電位変化を解析した結果、眼球の衝動性運動振幅に対する EOG 電位が電極の貼り付け位置にほぼ従属していることが観測された。そこで、これらのデータに基づいて EOG 電位の理論的な解析法を検討するため、従来からよく例えられている眼球の電池としての性質に基づいたモデルに、電磁気学で用いられる解析手法を適用して理論式の誘導を行った。眼球形状の実測から得られた諸定数を用いてモデルのシミュレーションを行った結果、眼球の電池モデルは EOG 電位の定量的な解析に有効であることが示唆された。本報では、眼球の電池モデルの解析法について検討する。

II 方 法

1. 眼球の電池モデル

図 1 A は、眼球を角膜側が+で網膜側が-の電池と考えた模式図である。この電池は細長く、その内部を陰極から陽極へ向かって電流 I が流れるものとする。眼球は電気伝導度 σ の周辺組織（媒体）で満たされ、その中に眼球電池が浸されていると仮定する。

今、電気伝導度 σ の媒体中の電位を ϕ とすれば、次のラプラスの方程式を満たす。

$$\nabla(\sigma \nabla \phi) = 0$$

$$[(\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}: ベクトルの勾配演算子)]$$

媒質が一様で σ が一定のとき、上式は $\sigma \nabla^2 \phi = 0$ と変形できるので、 $\sigma \neq 0$ として、

$$\nabla^2 \phi \equiv \Delta \phi = 0 \quad (1)$$

と表せる。今、図 1 B のように電池の一方の極 A を考える。この点を r_1 として、この点における電界の強さを $E(r_1)$ とおけば、

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

となる。点 r_1 を内部に包み込む小さい閉曲面 S を考えれば、(2) 式は次の積分形で表せる。

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (3)$$

ただし、 $d\mathbf{S}$ は S の外向きの法線ベクトルである。この閉曲面上の微小部分 S_{in} から A に向かって電流 I が流れ込み、それ以外の部分 S_{out} から外の空間に流れ出るとすると(3)式は、

$$\int_{S_{out}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S_{in}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (4)$$

と变形できる。電池内を流れる電流密度を I とすれば、オームの法則 $I = \sigma E$ より (4) 式の第 2 項は

$$\int_{S_{in}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\sigma} \int_{S_{in}} E \cdot d\mathbf{S} = -\frac{I}{\sigma} \quad (5)$$

となる。上式の I は電池内を流れて外に出る全電流である。したがって、電池の外側の電界のみを考えることにすれば、(2)式のかわりに

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{I}{\sigma} \delta(r - r_1) \quad (6)$$

としてよい。ただし、 $\delta(r - r_1)$ はディラックのデルタ関数である。ここで、電池の陽極位置を r_1 、陰極位置を r_2 とすると、

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{I}{\sigma} \{ \delta(r - r_1) - \delta(r - r_2) \} \quad (7)$$

と表せる。よって、

$$\Delta \phi = \frac{I}{\sigma} \{ \delta(r - r_1) - \delta(r - r_2) \} \quad (8)$$

となり、これを解けば、

$$\phi = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (9)$$

が得られる。

ここで、図 1 C に示されているように、電池の長さ（眼軸長）を $2a$ 、その中心 O から x だけ離れた点 P の電位を V_p とすると、(9) 式から V_p は次のように表される。

$$V_p = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \quad (10)$$

ここで、 r, r' は点 P から A および B までの距離である。

図 2 は眼球をこのような電池と考えた眼球電池モデルの模式図である。眼球を簡略化して球体とみなし、その半径を a とする。図 2 A, B において、球体の上側を角膜側（陽極）、下側を網膜側（後極部：陰極）とする。このようなモデルにおいて、内眼角側鼻根部の電極位置を N、外眼角耳側の電極位置を E、眼球回転中心を O として、光軸と \overline{ON} の成す角を θ_1 、 \overline{OE} の成す角を θ_2 とし、O から N および E までの距離をそれぞれ x_1, x_2 とする。今、視軸が光軸に対して δ だけ内転している場合（図 2 A）を考え、角膜中心の位置 C_c から N, E までの距離をそれぞれ r_1, r_2 とし、また、網膜中心の位置 R_c から N, E までの距離をそれぞれ r'_1, r'_2 とすれば、第 2 余弦定理からそれぞれの距離は

$$r_1 = \sqrt{a^2 + x_1^2 - 2ax_1 \cos(\theta_1 - \delta)}, \\ r_2 = \sqrt{a^2 + x_2^2 - 2ax_2 \cos(\theta_2 + \delta)} \quad (11)$$

$$r'_1 = \sqrt{a^2 + x_1^2 + 2ax_1 \cos(\theta_1 - \delta)}, \\ r'_2 = \sqrt{a^2 + x_2^2 + 2ax_2 \cos(\theta_2 + \delta)} \quad (12)$$

で表される。また、視軸が光軸から δ' だけ外転している場合（図 2 B）、N, E からこのときの角膜中心の位置 C_c' および網膜中心の位置 R_c' までの距離 R_1, R_2 および R'_1, R'_2

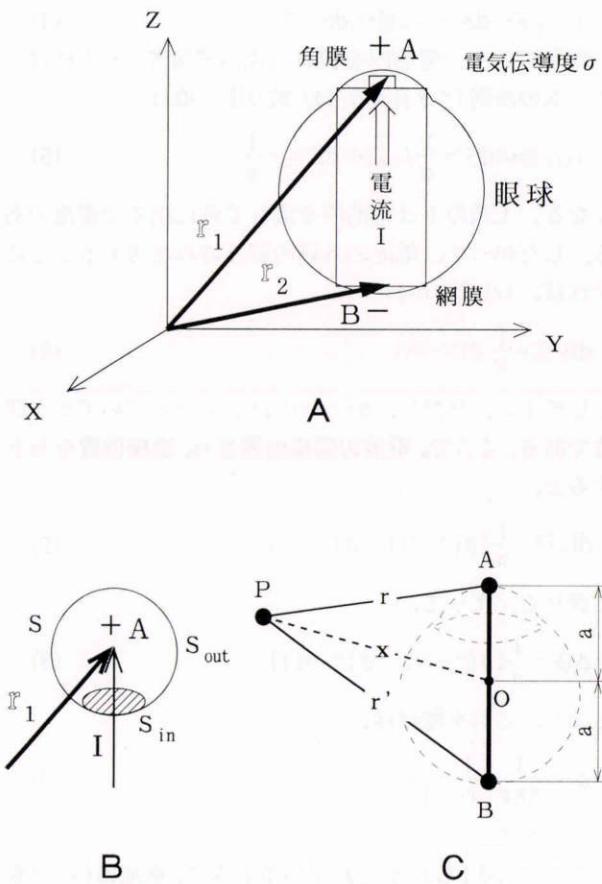


図1 眼球電池モデルの概念。

A: 角膜を陽極、網膜を陰極とした眼球の電池モデル。眼球は電気伝導度 σ の媒体中に浸されているとする。B: 陽極Aを包む小さい球面を考え、陰極Bから電流Iが微小面積 S_{in} から陽極に流入し、球面 S_{out} から外へ放射されるとする。C: 電位計算のためのパラメータの設定。眼軸長を $2a$ とし、その中心をO、電位検出のための電極位置をPとする。

R_2' は

$$R_1 = \sqrt{a^2 + x_1^2 - 2ax_1 \cos(\theta_1 + \delta')}, \\ R_2 = \sqrt{a^2 + x_2^2 - 2ax_2 \cos(\theta_2 - \delta')} \quad (13)$$

$$R_1' = \sqrt{a^2 + x_1^2 + 2ax_1 \cos(\theta_1 + \delta')}, \\ R_2' = \sqrt{a^2 + x_2^2 + 2ax_2 \cos(\theta_2 - \delta')} \quad (14)$$

となる。

ここで、実際的でないが、眼球周辺の媒体は皮下組織も空間もすべて均質でその電気伝導度を σ とすると、内転時の点Nおよび点Eの電位 V_N 、 V_E は

$$V_N = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'} \right) \quad (15)$$

$$V_E = \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'} \right) \quad (16)$$

となる。したがって、NE間の電位差 V_{NE} は

$$V_{NE} = V_N - V_E = \frac{I}{4\pi\sigma} \left\{ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'} \right) - \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'} \right) \right\} \quad (17)$$

で表され、同様に外転時のNE間の電位差 V_{NE}' は

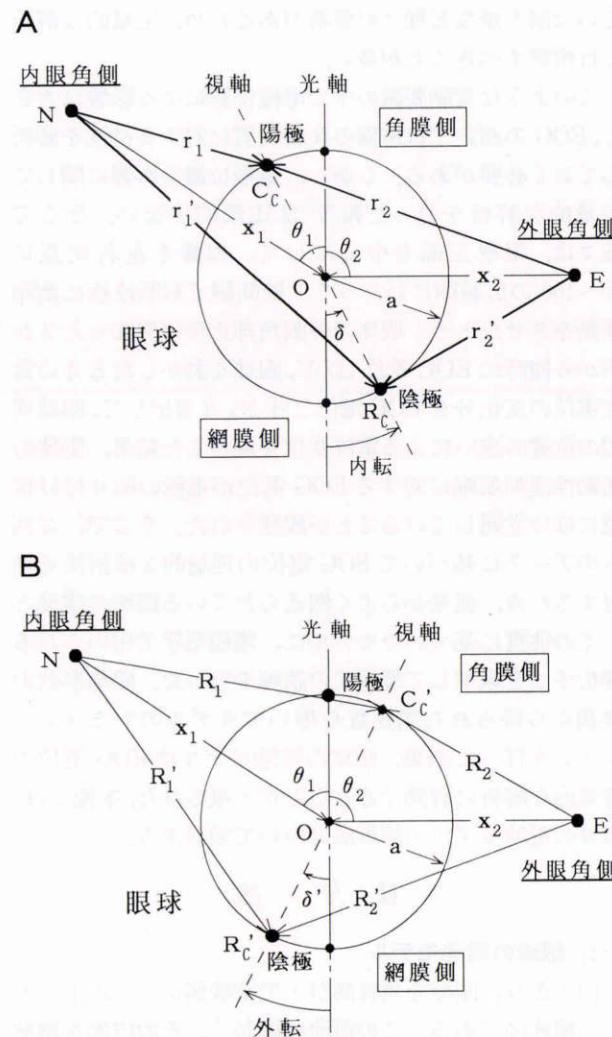


図2 眼球電池モデルで電極位置の電位を計算するための模式図。

C_c を角膜中心、 R_c を網膜中心とする。N: 内眼角側電極位置、E: 外眼角側電極位置。A: 水平面内での眼球内転状態、B: 同、外転状態。

$$V_{NE}' = \frac{I}{4\pi\sigma} \left\{ \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) - \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \right\} \quad (18)$$

で表される。したがって、眼球視軸がOを回転中心として C_c から C_c' へ回転したときの電位変化量 V (EOG電位に相当)は

$$V = V_{NE} - V_{NE}' \quad (19)$$

となり、余弦の関数式で表される。

2. EOG電位のシミュレーション

図3は眼球の回転中心を通る顔面の水平断面の前半分を示す実体模式図であり、20歳男性TMの顔面から実測して描かれたものである。今、この水平面上で一方の眼(右眼を対象にする)の内眼角側の鼻根部Nに1つの電極位置を設定し、さらに外眼角部近傍A点、こめかみの耳側のC点、その中央部B点に1個ずつの電極を設定する。眼球は簡略化して半径12mmの球体と仮定し、眼球運動は水平方向のみとする。ここで、N点を内眼角側

電極(共通電極), A, B, C の各点を外眼角側電極として, NA 間, NB 間, NC 間の電位 V_{NA} , V_{NB} , V_{NC} を(19)式から計算した。 x_1 は眼球回転中心 O から共通電極 N までの距離, θ_1 は \overline{ON} が光軸と成す角, x_{2A} , x_{2B} , x_{2C} は OA 間, OB 間, OC 間の距離, θ_{2A} , θ_{2B} , θ_{2C} は \overline{OA} , \overline{OB} , \overline{OC} が光軸と成す角度とする。

III 結 果

図3において

$x_1 = \overline{ON} = 34 \text{ mm}$, $\theta_1 = 58^\circ$ (共通電極位置, 実測値: 34 mm, 58°)

$x_{2A} = \overline{OA} = 23 \text{ mm}$, $\theta_{2A} = 92^\circ$ (NA 間電極位置, 実測値: 23 mm, 92°)

$x_{2B} = \overline{OB} = 33.5 \text{ mm}$, $\theta_{2B} = 114^\circ$ (NB 間電極位置, 実測値: 33 mm, 114°)

$x_{2C} = \overline{OC} = 42 \text{ mm}$, $\theta_{2C} = 128^\circ$ (NC 間電極位置, 実測値: 44 mm, 128°)

$2a = 24 \text{ mm}$ (標準的な眼球の直径: 眼軸長)

として、光軸上の回旋点を中心に、眼球を左右対称に $\theta = \delta + \delta'$ を $0 \sim 180^\circ$ まで水平方向に変えて、NA 間, NB 間および NC 間の電位を計算した。図4は計算結果の1例(被験者 TM)であるが、3本の曲線は計算値を示し、図示されているように上側から NA 間, NB 間および NC 間の電位に対応する。横軸は眼球移動量を表し、目盛りは 180° まで表示されている。図中、各曲線に沿って描かれている白丸は、図3に示した位置に電極を貼り付けて眼球を $10 \sim 100^\circ$ まで衝動運動をさせて測定した EOG 電位特性を示している。

複数電極を使用したときのクロストークの処理は、電位の影響を与える側の電極位置を1点に決めておけば、影響を受ける側の電極位置は1点に固定しなくてもよいことをすでに報告⁸⁾した。今回はクロストーク電位を与える側の電位は図3の左眼の電極 A' の位置から得られた電位を使ったが、この場合、我々の実験から求められた平均的なクロストーク値として、 -15.0 dB の値を用

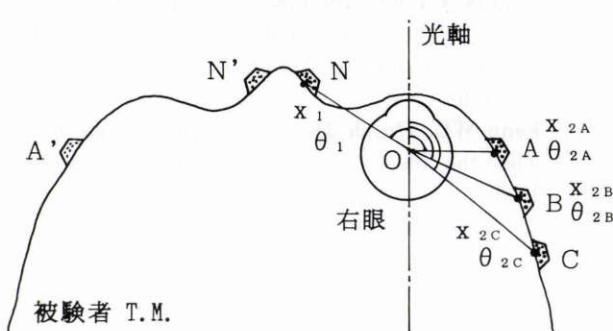


図3 眼球水平断面実測図。

A, B, C: 外眼角側電極。 x_{2*} , θ_{2*} (*: A, B, C) は眼球回転中心 O から各電極までの距離および光軸との成す角度。N: A, B, C に対する内眼角側の共達電極。

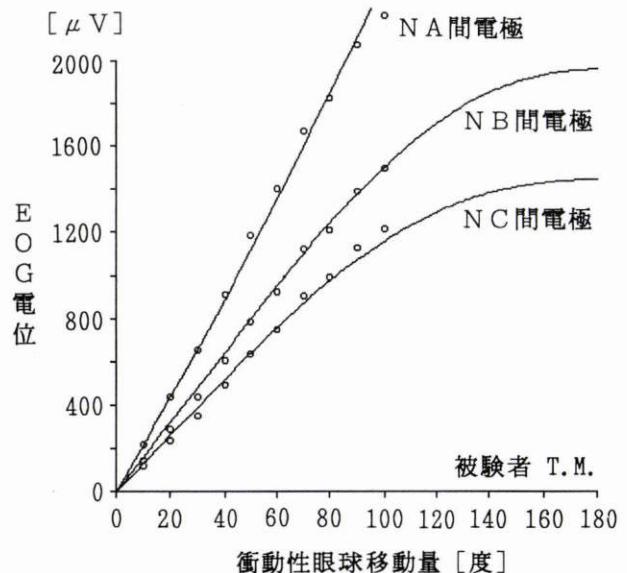


図4 実測した常存電位変化に対する模擬結果。

白丸は実測値、曲線は(10)式による計算結果。上から電極位置 A, B, C に対応。

いてクロストークの消去を行った。

IV 考 按

網膜電図(ERG)はその種々の特性が定性的に、また定量的に詳細に解析されていて、客観的な検査法として現在広く臨床に応用されており、臨床診断上必須の検査法となっている。一方、EOG検査はその簡便さ、有用性がよく認識されながら、測定精度の問題、測定環境・条件、個人差などの不安定要素のために十分に臨床に活用されているとはいえない。これらの不安定要素が臨床応用に対する信頼性を低くしているが、これまでに多くの研究者がこれらの問題点を解決するため、不安定要素の定量的な分析を試みている。不安定要素の中でも電極の位置による誤差は大きい。Ardenら⁵⁾は個人によって骨の形に違いがあるため、電極の位置により EOG が変動することを指摘している。また、平田⁷⁾は電極位置が外脣部から離れるに従って、EOG の base value が小さくなっていることを観察している。これらの研究では実際の測定データに基づいて EOG の変動要素を分析したものであり、理論的な背景に基づいたもの^{9)~11)}は少ない。これは EOG の変動要因が様々であり、理論式の展開に寄せる期待が少ないと推察される。

従来から、眼球が電池あるいは双極子としての性質を持っていることは多くの研究報告^{1)~4)}で指摘されてきた。しかし、未だこの点に着目して EOG 電位を理論的に検討した報告¹¹⁾は少ない。そこで、我々は電磁気学における連続導体中の電流を計算する手法¹²⁾を適用して EOG 電位の理論的な解析を試みた。解析を容易にするため、眼球を簡略化した球形モデルで、しかも周囲の媒体はすべて均質として模擬したにもかかわらず、図4からわか

るよう、実測範囲内では実験データをよく模擬できることが示唆された。図4において、計算された3本の電位曲線は眼球移動量が180°の点でEOG電位にピーク値を持ち、実際には不可能であるが、眼球が360°まで一回転すれば0 μVに戻り、その特性は図4の180°における縦軸に対して鏡像の関係にある。なお、どの曲線も80°までをとればEOG電位は眼球移動量にほぼ比例していると考えてよく、Fennら¹³⁾が報告した正弦関係(2 sinα/2 : αは眼球運動角)は妥当ではない。(17)～(19)式で、電流Iの値を変えると特性は変化するが、今、図4の被験者TMの場合

$$\frac{I}{4\pi\sigma} = 25.0 \times 10^{-6} \quad (20)$$

とすると、A、B、Cの各電極の位置パラメーターを与えて計算したEOG電位の特性曲線は、3本とも図4に示された白丸の測定データによく適合する。ここで、眼球周辺媒体の電気伝導度を仮に0.4[S/m]とすると、(20)式から

$$I = 4\pi\sigma \times 25.0 \times 10^{-6} = 4\pi \times 0.4 \times 25.0 \times 10^{-6} [A] \\ = 126 [\mu A] \quad (21)$$

となる。この被験者の場合、測定時に上記の電流が網膜から角膜へ流れ、角膜から周辺組織へ流出していると考えることができる。ここで、被験者毎に(20)式の値を調整することによって、実測データをよく模擬することができる。NA間、NB間およびNC間の電位特性は、眼球中心からA、B、C各電極までの距離および各々の電極位置の光軸からの偏位角の実測値を当てはめることによりよく模擬できるが、電極位置によってEOG電位特性に整然とした差を生じることがわかる。通常は、水平方向のEOG電位を測定する場合は内・外眼角部近傍に一对の電極を貼り付けるが、実験の度に電極を貼り替えればその都度位置がずれてしまい、EOG電位動揺の原因の1つになると考えられる。平田⁷⁾が測定した電極位置とEOG電位との関係にややばらつきがあるのは、外脣部の電極位置を1個の電極を使って種々の位置に貼り替えて測定したためと推察される。EOG電位動揺の要因の1つに電極を考える場合、電極の種類、大きさ、電極糊の種類・性質、電極糊の装着状態、顔面への貼り付け具合、貼り付け位置など多くの変動要素を持っており、定量的な解析は容易ではないが、本研究により、眼球を電池と考えて解析すれば、EOG電位の大きさを数式で処理できる。今回の解析では眼球周囲の媒体はすべて均質と

仮定したが、実際には眼球周辺組織と空気中との境界部分やそれら媒質の違い、骨組織の影響などを考慮する必要がある。図4は予備データに対する模擬を示すものであるが、複数被験者の測定値でも今回導出した理論式で良好に模擬できることを別の機会に報告したい。

本論文の要旨の一部は第96回日本眼科学会総会において報告した。なお、本研究の一部は文部省科学研究費一般研究C(課題番号06680870、伊月)の援助を受けて行った。

文 献

- 1) Miles WR: The polarity potential of the human eye. *Science* 88: 437, 1938.
- 2) Miles WR: The steady polarity potential of the human eye. *Proc Nat Acad Sci* 25: 25-36, 1939.
- 3) Arden GB, Kelsey: Changes produced by light in the standing potential of the human eye. *J Physiol* 161: 189-204, 1962.
- 4) 高橋洋司、田澤 豊: 眼科における電気的検査手法. *BME* 5 (5): 25-40, 1991.
- 5) Arden GB, Barrada A, Kelsey JH: New clinical test of retinal function based upon the standing potential of the eye. *Br J Ophthalmol* 46: 449-467, 1962.
- 6) Arden GB, Barrada A: Analysis of the electro-oculograms of a series of normal subjects. *Br J Ophthalmol* 46: 468-482, 1962.
- 7) 平田アツ子: EOGの臨床的研究. *日眼会誌* 73: 291-298, 1969.
- 8) 伊月宣之、久保賢倫、西川禪一、三村康男、西原 勝、皆本佳計: 眼電位図の測定で複数電極を使用した場合のクロストークの扱い. *日眼会誌* 98: 251-257, 1994.
- 9) Bicas HEA: Electro-oculography in the investigation of oculomotor imbalance—I. Basic aspects. *Vision Res* 12: 993-1010, 1972.
- 10) Thijssen JM, Pinckers A: Contralateral effects in the electro-oculogram. *Acta Ophthalmol* 52: 441-454, 1974.
- 11) Thijssen JM, Pinckers A: Contralateral effect in the electro-oculogram: Experimental verification and clinical implications. In: Henkes HE (Ed): Doc Ophthal Proc Series, Vol 10. W Junk, Pub, The Hague, 201-211, 1974.
- 12) Panofsky WKH, Phillips M: Classical electricity and magnetism: Steady currents and their interaction. Addison-Wesley, Reading Mass, 118-123, 1962.
- 13) Fenn WO, Hursh JB: Movements of the eyes when the lids are closed. *Am J Physiol* 8: 8-14, 1936.